CALCOLO NUMERICO - ANALISI NUMERICA (16 luglio 2009)

1) Stimare il numero minimo di intervalli necessari per calcolare l'integrale definito $I \equiv \int_1^3 \ln x \, \mathrm{d}x$ con un errore assoluto $\leq 10^{-3}$, utilizzando la formula dei trapezi composita.

2) Dato il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 2a & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad a \neq 0,$$

indicare per quali valori di a:

2.1) la matrice A è non singolare;

2.2) la matrice A è diagonalmente dominante;

2.3) il metodo di Jacobi è convergente;

2.4) il metodo di Gauss-Seidel è convergente.

Per i valori di a per cui entrambi i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel convergono, si dica quale fra i due metodi converge più velocemente.

3) Dopo aver costruito il polinomio dei minimi quadrati discreti di grado 1, p_1, relativo ai nodi (x_i, y_i), $i = 0, ..., 4$:

$$(-2, 5),\ (-1, 1),\ (0, 3),\ (1, 2),\ (2, 1),$$

verificare che passa per il punto di coordinate (M_x, M_y), dove

$$M_x = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} x_i, \quad M_y = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} y_i,$$

e calcolare l'errore globale commesso $E = \sum_{i=0}^{4}[y_i - p_1(x_i)]^2$.

4) Data l'equazione non lineare $f(x) := \frac{x^3}{4} - x = 0$ studiare la convergenza, al variare di $x_0 \in \mathbb{R}$ del metodo iterativo $x_{n+1} = \frac{x_n^3}{4}$, per approssimare le radici dell'equazione non lineare $f(x) = 0$, indicando anche l'ordine di convergenza.

5) Tradurre le seguenti istruzioni MATLAB e descrivere il loro utilizzo nell'ambito dell'analisi numerica:

```
>> effe = fcnchk('sin(x)');
>> a = input('a ='); b = input('b ='); m = input('m ='); h = (b-a)/m;
>> x = linspace(a,b,m+1); y = effe(x);
>> z = (y(1) + y(m+1) + 2*sum(y(2:m)))*h/2;
```