

COMPLEMENTI DI MATEMATICA
PROVA MATLAB

17 luglio 2012

- 1) Si consideri il problema del calcolo degli integrali definiti

$$I_p = \int_{-1}^1 p_n(x) dx, \quad I_q = \int_{-1}^1 q_{n-1}(x) dx, \quad I_r = \int_{-1}^1 r_{n-2}(x) dx,$$

$$p_n(x) = (n+1)x^n + nx^{n-1} + \dots + 3x^2 + 2x + 1,$$

$$q_{n-1}(x) = p'_n(x), \quad r_{n-2}(x) = q'_{n-1}(x), \quad n = 5, 10, 15, 20.$$

Trovare il valore esatto degli integrali definiti mediante opportune funzioni MATLAB e calcolare il valore della somma S_r dei coefficienti del polinomio r_{n-2} .

- 2) Si costruisca la matrice A di dimensione $n = 50$ con elementi uguali a 2 sulla diagonale principale, uguali a -1 sulle diagonali di posizione +1 e -1, e avente $a(n, 1) = a(1, n) = \alpha$, con $\alpha = \frac{k}{10}$, $k = 0, \dots, 20$.

Rappresentare graficamente in ascissa i valori di α , in ordinata i valori di $\|A\|_1$ e $\|A\|_2$ al variare di α , e riportare a mano i grafici ottenuti. Successivamente, posto $\alpha = 4$ e $\mathbf{b} = [1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n]^T$ si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con il metodo di fattorizzazione LU con pivot.

Riportare nella tabella le componenti x_1 e x_n del vettore soluzione \mathbf{x} .

- 3) Rappresentare graficamente le funzioni $y = x - 3$ e $y = 2 \log \frac{x}{2}$, $x \in [0.1, 6]$.

Detti α e β le ascisse dei loro punti di intersezione, con $\alpha < \beta$ riportare nella tabella gli estremi di due opportuni intervalli I_α e I_β che contengano rispettivamente α e β .

Successivamente si approssimino i valori di α e β con il metodo iterativo $x_{n+1} = g(x_n)$, con $g(x) = 3 + 2 \log \frac{x}{2}$, scegliendo $x_0 = 1$ o $x_0 = 6$, e utilizzando il test d'arresto

$$|x_N - \alpha| \approx |x_{N+1} - x_N| < 10^{-6}.$$

Riportare nella tabella il numero di iterazioni eseguite N , il valore della soluzione approssimata x_N e dire se il metodo converge al punto fisso α o al punto fisso β .

COMPLEMENTI DI MATEMATICA (17 luglio 2012)

Cognome Nome Matricola

email (di Ateneo)

Esercizio 1

	I_p	I_q	I_r	S_r
$n = 5$				
$n = 10$				
$n = 15$				
$n = 20$				

Esercizio 2

Grafico

$$x_1 =$$

$$x_n =$$

Esercizio 3

	N	x_N	α o $\beta?$
$x_0 = 1$			
$x_0 = 6$			