

COMPLEMENTI DI MATEMATICA
PROVA SCRITTA
(17 luglio 2012)

- 1) Assegnati i nodi $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 2$ e i valori $y_0 = -1$, $y_1 = 0$, $y_2 = 2$, $x_3 = 1$, $y_4 = 0$, costruire il polinomio dei minimi quadrati discreti di grado 1 e verificare che passa per il punto di coordinate (M_x, M_y) , dove

$$M_x = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 x_i, \quad M_y = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 y_i.$$

- 2) Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ con $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & 1 \\ 1 & 2\alpha & 1 \\ 1 & 2 & \alpha \end{pmatrix} \quad \alpha \neq 0.$$

Calcolare $\|A\|_1$, $\|A\|_\infty$.

Determinare inoltre per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$:

2.1) A è non singolare;

2.2) A è diagonalmente dominante;

Costruire la matrice di iterazione B_J del metodo di Jacobi e stabilire per quali valori di α le quantità $\|B_J\|_1$ che $\|B_J\|_\infty$ risultano minori di 1.

- 3) E' dato l'integrale definito:

$$I = \int_{-1}^1 (8x^3 - 3x^2 + 1) dx.$$

Calcolare il valore esatto e confrontarlo con il valore approssimato ottenuto utilizzando la formula dei trapezi semplice e la formula di Cavalieri-Simpson semplice. Commentare i risultati ottenuti.

Stimare quanti sottointervalli sono necessari affinché l'errore assoluto relativo all'approssimazione con il metodo dei trapezi composti sia inferiore a 10^{-4} .