

**CALCOLO NUMERICO - ANALISI NUMERICA** (4 settembre 2009)

- 1) Data la funzione  $f(x) = e^x - 2 - x$ , determinare graficamente il numero di radici di  $f$  e dimostrare che nell'intervallo  $[0.5, 2]$  esiste una e una sola radice  $\alpha$ .

A partire dall'intervallo  $[0.5, 2]$  calcolare la terza iterata del metodo di bisezione e fornire una stima dell'errore  $|\alpha - x_3|$ .

- 2) Dato il sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , con  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$  e

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & -1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R},$$

indicare per quali valori di  $a$  la matrice  $A$  è definita positiva e per quali valori è diagonalmente dominante.

Calcolare la quantità  $\|A\|_\infty$  e tracciare il grafico al variare di  $a$ .

Nel caso particolare  $a = 0$  calcolare la fattorizzazione  $LU$  di  $A$ .

- 3) Data la funzione  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 1$ :

3.1) costruire e rappresentare graficamente la spline lineare  $s_1$  interpolante  $f$  nei nodi di ascissa 0, 2 e 4;

3.2) calcolare  $I_s = \int_0^4 s_1(x)dx$ ;

3.3) approssimare l'integrale definito  $I = \int_0^4 f(x)dx$  con la formula dei trapezi composta utilizzando 2 sottointervalli di uguale ampiezza e confrontare il risultato ottenuto con il valore  $I_s$ .

- 4) Tradurre le seguenti istruzioni MATLAB e descrivere il loro utilizzo nell'ambito dello studio della convergenza dei metodi iterativi per sistemi lineari:

```
>> n = input('dimensione del sistema =')
>> a = 4 * eye(n) + diag(ones(n - 1, 1), -1) + diag(ones(n - 1, 1), 1);
>> d = diag(a); l = tril(a, -1); u = triu(a, +1);
>> mjac = diag(1./d) * (-l - u); rho = max(abs(eig(mjac)));
```