

CALCOLO NUMERICO - ANALISI NUMERICA (4 settembre 2009)

- 1) Data la funzione $f(x) = e^x - 2 - x$, determinare graficamente il numero di radici di f e dimostrare che nell'intervallo $[0.5, 2]$ esiste una e una sola radice α .

A partire dall'intervallo $[0.5, 2]$ calcolare la terza iterata del metodo di bisezione e fornire una stima dell'errore $|\alpha - x_3|$.

- 2) Dato il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & -1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R},$$

indicare per quali valori di a la matrice A è definita positiva e per quali valori è diagonalmente dominante.

Calcolare la quantità $\|A\|_\infty$ e tracciare il grafico al variare di a .

Nel caso particolare $a = 0$ calcolare la fattorizzazione LU di A .

- 3) Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 1$:

3.1) costruire e rappresentare graficamente la spline lineare s_1 interpolante f nei nodi di ascissa 0, 2 e 4;

3.2) calcolare $I_s = \int_0^4 s_1(x)dx$;

3.3) approssimare l'integrale definito $I = \int_0^4 f(x)dx$ con la formula dei trapezi composta utilizzando 2 sottointervalli di uguale ampiezza e confrontare il risultato ottenuto con il valore I_s .

- 4) Tradurre le seguenti istruzioni MATLAB e descrivere il loro utilizzo nell'ambito dello studio della convergenza dei metodi iterativi per sistemi lineari:

```
>> n = input('dimensione del sistema =')
>> a = 4 * eye(n) + diag(ones(n - 1, 1), -1) + diag(ones(n - 1, 1), 1);
>> d = diag(a); l = tril(a, -1); u = triu(a, +1);
>> mjac = diag(1./d) * (-l - u); rho = max(abs(eig(mjac)));
```