CALCOLO NUMERICO (16 settembre 2010)

1) Si consideri la matrice 8×8 a blocchi

$$A = \begin{pmatrix} -B & 0 & 0 & 2B \\ 0 & 2B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2B & 0 \\ 2B & 0 & 0 & B \end{pmatrix}, \text{ con } B = \begin{pmatrix} 202 & 101 \\ 101 & 202 \end{pmatrix},$$

dove 0 è la matrice $\in \mathbb{R}^{2\times 2}$ con elementi tutti uguali a zero.

1.1) Si calcoli la fattorizzazione $PA = LU$.

1.2) Si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, con $f_i = 1,\ i = 1, ..., 8$, utilizzando la fattorizzazione calcolata al punto 1.1 e si riportino i valori $\|\mathbf{x}\|_1$, $\|\mathbf{x}\|_2$, $\|\mathbf{x}\|_\infty$.

1.3) Si calcoli il raggio spettrale ρ_J della matrice di iterazione associata al metodo di Jacobi e si commenti il risultato ottenuto.

2) Data la funzione

$$f(x) = \log \frac{x}{2} + x^2 - x - 2$$

si utilizzi il metodo di Newton per approssimare la radice α utilizzando il valore iniziale $x^{(0)} = 3$. Sia `it` il numero di iterazioni necessarie affinchè sia soddisfatto il test d'arresto

$$|x^{(\mathtt{it})} - \alpha| < 10^{-6}.$$

Riportare i valori di `it`, $x^{(\mathtt{it})}$, e il valore approssimato di $f'(\alpha)$.

3) Per l'approssimazione dell'integrale definito

$$I = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} x^2(x - \sqrt{2})\ \mathrm{d}x,$$

si consideri il metodo dei trapezi compositi con $m = 2^k$ sottointervalli di ampiezza

$$H_k = \frac{2\sqrt{2}}{2^k}, \quad k = 1, 2, 3, ...$$

e sia I_m il valore approssimato di I così ottenuto. Si implementi una procedura che, a partire da $k = 1$ ($m = 2,\ H_1 = \sqrt{2}$), dimezzi ogni volta l'ampiezza dei sottointervalli e si arresti in corrispondenza del più piccolo valore $\overline{m}$ per cui è soddisfatta la condizione

$$|I_{\overline{m}} - I_{\frac{\overline{m}}{2}}| < 10^{-3}.$$

Riportare i valori $\overline{m}$ e $I_{\overline{m}}$.

CALCOLO NUMERICO (15 settembre 2010)

Cognome .... Nome .... Matricola ....

email (di Ateneo) ....

Esercizio 1

$\|\mathbf{x}\|_1 =$ $\|\mathbf{x}\|_2 =$ $\|\mathbf{x}\|_\infty =$ $\rho_J =$

Esercizio 2

$\texttt{it} =$ $x^{(\texttt{it})} =$ $f'(\alpha) \equiv$

Esercizio 3

$\overline{m} =$ $I_{\overline{m}} =$