

**COMPLEMENTI DI MATEMATICA**  
**PROVA SCRITTA**  
(18 settembre 2013)

- 1) Assegnata la funzione  $f(x) = x^5$  ed i nodi  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ , determinare il polinomio  $p_2(x)$  che la interpola nei nodi assegnati. Successivamente fornire una maggiorazione dell'errore

$$r = \max_{x \in [-1, 2]} |f(x) - p_2(x)|.$$

- 2) Approssimare l'integrale definito  $I = \int_1^5 \frac{1}{x} dx$  con:
- 2.1) la formula dei trapezi composta ( $I_T$ ), suddividendo l'intervallo  $[1, 5]$  in 4 sottointervalli di uguale ampiezza;
- 2.2) la formula di Cavalieri-Simpson composta ( $I_C$ ), suddividendo l'intervallo  $[1, 5]$  in 2 sottointervalli di uguale ampiezza;
- Calcolare il valore esatto  $I$  e gli errori commessi  $|I - I_T|$  e  $|I - I_C|$ .

- 3) Si consideri il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 2\alpha & 1 \\ 0 & 1 & 3\alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- 3.1) Determinare per quali valori di  $\alpha$  si ha  $\|A\|_1 \geq 2$ .
- 3.2) Determinare per quali valori di  $\alpha$  la matrice  $A$  è diagonalmente dominante.
- 3.3) Costruire la matrice di iterazione  $B_J$  del metodo di Jacobi e determinare per quali valori di  $\alpha$  si ha  $\|B_J\|_1 < 1$ .