

**COMPLEMENTI DI MATEMATICA - PROVA MATLAB**  
(18 settembre 2013)

1) Si consideri la famiglia di matrici:

$$C_\alpha = \begin{pmatrix} I + B + \alpha I & -B \\ B & -I - B + \alpha I \end{pmatrix}, \text{ con } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

con  $\alpha = 1.5, 1.51, 1.52, \dots, 2.5$ . Calcolare le quantità  $l(\alpha) = \rho(C_\alpha)$  e  $N_2(\alpha) = \|C_\alpha\|_2$  al variare di  $\alpha$  e rappresentarle graficamente. Dal grafico si può osservare che  $l(\alpha) \approx a_1\alpha + b_1$  e  $N_2(\alpha) \approx a_2\alpha + b_2$ , con  $a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$ . Dedurre approssimativamente i valori di  $a_1, b_1, a_2, b_2$  con il metodo dei minimi quadrati discreti, utilizzando rispettivamente gli insiemi di dati  $(\alpha, l(\alpha))$  e  $(\alpha, N_2(\alpha))$ , con  $\alpha = 1.5, 1.51, 1.52, \dots, 2.5$ .

RISULTATI:  $a_1 =$                        $b_1 =$                        $a_2 =$                        $b_2 =$

2) Si vuole interpolare la funzione  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$  con un polinomio di grado 2 ( $p_2$ ) nei nodi  $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{k^3}$  e  $x_2 = 1$ , con  $k = 2, 3, 4, 5, 6$ . Calcolare,  $\forall k$ , l'errore di interpolazione

$$e(k) = \max_{0 \leq j \leq 100} |f(z_j) - p_2(z_j)|, \quad z_j = \frac{j}{100}, \quad j = 0, \dots, 100,$$

e riportare i risultati nella tabella.

	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$
$e(k)$					

3) Approssimare l'unica radice dell'equazione  $f(x) \equiv 1 - xe^{1-x} = 0$ , avente molteplicità  $q > 1$ , con il metodo di Newton modificato

$$x_{n+1} = x_n - p \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad p = 1, 2, 3,$$

utilizzando  $x_0 = 0.1$ , test d'arresto  $|f(x_n)| < \varepsilon, \varepsilon = 10^{-6}, 10^{-8}$ . Si riporti  $\forall p$  il numero di iterazioni **it** e la soluzione approssimata  $x_{it}$ . Dedurre il valore di  $q$  e l'ordine del metodo di Newton  $\forall p$ , giustificando le risposte.

$\varepsilon = 10^{-6}$	<b>it</b>	$x_{it}$	$\varepsilon = 10^{-8}$	<b>it</b>	$x_{it}$
$p = 1$			$p = 1$		
$p = 2$			$p = 2$		
$p = 3$			$p = 3$		

COMMENTI:.....