CALCOLO NUMERICO - TEMA A (26 aprile 2005)

Prima prova in itinere

1) Trovare il numero di condizionamento della funzione $y = \log|x|$ e determinare i valori di x per i quali il calcolo della funzione è malcondizionato nel senso che il numero di condizionamento associato risulta superiore a 100.

2) Costruire il polinomio dei minimi quadrati discreti di grado 1 relativo ai nodi

$$(x_i, y_i) = \left(\frac{i}{4}, x_i^2\right), \quad i = 0, 1, 2, 3, 4,$$

e verificare che passa per il punto di coordinate (M_x, M_y), dove

$$M_x = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} x_i, \quad M_y = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} y_i.$$

3) Data la formula di quadratura

$$\tilde{I}(f) = \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f(1) + \alpha_3 f'(0)$$

per il calcolo approssimato di

$$I(f) = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x,$$

con $f \in C^1([0,1])$, determinare i coefficienti α_j, $j = 1, 2, 3$, in modo che $\tilde{I}(f)$ abbia grado di precisione 2.

4) Dimostrare la stima dell'errore che si commette interpolando una funzione $f \in C^2([a,b])$ con una spline lineare in $n+1$ nodi distinti

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b.$$

5) Scrivere un programma MATLAB per implementare il metodo dei trapezi compositi.

CALCOLO NUMERICO - TEMA B (26 aprile 2005)

Prima prova in itinere

1) Trovare il numero di condizionamento della funzione $y = e^{|x|}$ e determinare i valori di x per i quali il calcolo della funzione è malcondizionato nel senso che il numero di condizionamento associato risulta superiore a 100.

2) Costruire il polinomio dei minimi quadrati discreti di grado 1 relativo ai nodi

$$(x_i, y_i) = \left(\frac{i}{2}, x_i^2\right), \quad i = 0, 1, 2, 3, 4,$$

e verificare che passa per il punto di coordinate (M_x, M_y), dove

$$M_x = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} x_i, \quad M_y = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4} y_i.$$

3) Data la formula di quadratura

$$\tilde{I}(f) = \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f(1) + \alpha_3 f'(1)$$

per il calcolo approssimato di

$$I(f) = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x,$$

con $f \in C^1([0,1])$, determinare i coefficienti α_j, $j = 1, 2, 3$, in modo che $\tilde{I}(f)$ abbia grado di precisione 2.

4) Dimostrare la stima dell'errore che si commette interpolando una funzione $f \in C^{n+1}([a,b])$ con un polinomio di grado n in $n+1$ nodi distinti

$$a = x_0 < x_1 < ... < x_{n-1} < x_n = b.$$

5) Scrivere un programma MATLAB per implementare il metodo del punto medio composito.