

1) Trovare il numero di condizionamento $K_f(x)$ della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{2x}$$

e stabilire per quali x il calcolo della funzione è ben condizionato, nel senso che $K_f(x) < 1$.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{2x}$$

C.E. $x \geq 1$

C.E. (K_f) $x > 1$

$$K_f(x) = \frac{|x f'(x)|}{|f(x)|}$$

$$f'(x) = \left[\frac{3x^2}{\sqrt{x^3 - 1}} \cdot \cancel{2x} - \sqrt{x^3 - 1} \cdot 2 \right] \cdot \frac{1}{4x^2} =$$

$$= \frac{3x^3 - 2x^3 + 2}{\sqrt{x^3 - 1}} \cdot \frac{1}{4x^2} = \frac{x^3 + 2}{4x^2 \sqrt{x^3 - 1}}$$

$$K_f(x) = \left| \frac{x^3 + 2}{4x^2 \sqrt{x^3 - 1}} \cdot \cancel{x} \cdot \frac{\cancel{2x}}{\sqrt{x^3 - 1}} \right| = \frac{x^3 + 2}{2 \underbrace{(x^3 - 1)}_{> 0}}$$

$x > 1$

$$\frac{x^3 + 2}{2(x^3 - 1)} < 1$$

$$x^3 + 2 < 2x^3 - 2$$

$$x^3 > 4$$

Den > 0 ($x > 1$)

$$x > \sqrt[3]{4}$$