

CALCOLO NUMERICO (15 febbraio 2007)

1. Sia data la matrice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} a & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2a \\ 0 & a & a^2 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}, a > 0.$$

- (a) Indicare per quali valori del parametro positivo a la matrice \mathbb{A} è non singolare.
- (b) Indicare per quali valori del parametro positivo a il metodo di Jacobi è convergente.
- (c) Indicare per quali valori del parametro positivo a il metodo di Gauss-Seidel è convergente.

2. Si consideri il metodo di punto fisso

$$x_{k+1} = g(x_k), \quad x_0 \text{ assegnato,}$$

applicato alla funzione definita a tratti

$$g(x) = \begin{cases} 2^{|x|} - 1 & x \geq 0 \\ 4x^2 & x < 0. \end{cases}$$

- (a) Indicare quali sono i punti fissi (nota: sono numeri interi).
- (b) Studiare la convergenza del metodo al variare del punto iniziale $x_0 \in \mathbb{R}$.

3. Sia data la formula di quadratura

$$\int_0^2 f(x) dx \simeq 2f(1) + \frac{1}{6}(f'(2) - f'(0)).$$

- (a) Indicare l'ordine di precisione della formula.
- (b) Calcolare l'errore che si commette applicando la formula all'integrale

$$\int_0^2 e^{2x} dx.$$