

CALCOLO NUMERICO (18 febbraio 2008)

- 1) Si consideri l'integrale definito

$$I = \int_0^2 \frac{2}{x^2 + 1} dx .$$

Si approssimi I con il metodo dei trapezi composito utilizzando 2 sottointervalli e si calcoli l'errore commesso

$$E = |I - \tilde{I}| .$$

Successivamente fornire una stima dell'errore E , utilizzando la stima asintotica dell'errore.

- 2) Data la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita a tratti

$$g(x) = \begin{cases} e^{\frac{x}{3}} - 1 & x < 0 \\ x/3 & x \geq 0 \end{cases} ,$$

si consideri il metodo di punto fisso $x_{k+1} = g(x_k)$, con x_0 assegnato. Si studi graficamente la convergenza del metodo al variare del punto iniziale $x_0 \in \mathbb{R}$, e si indichi l'ordine di convergenza

- 3) Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 2 & \alpha \\ \alpha & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.1) calcolare $\|A\|_\infty$ e tracciarne il grafico al variare di α .

3.2) Costruire esplicitamente la matrice di iterazione B_J del metodo di Jacobi ed esprimere la quantità $\|B_J\|_\infty$ in funzione di α . Determinare per quali valori di α si ha $\|B_J\|_\infty < 1$.

3.3) Determinare per quali valori di α la matrice A è non singolare.