

CALCOLO NUMERICO (23 gennaio 2007)

- 1) Assegnati i nodi $x_0 = 0$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 2$ e la funzione $f(x) = \frac{1}{2x+1}$:
- 1.1) Determinare il polinomio $p(x)$, nella forma di Lagrange, che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi assegnati.
 - 1.2) Determinare il polinomio $p(x)$, nella forma di Newton, che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi assegnati.
 - 1.3) Dare una maggiorazione dell'errore che si commette sostituendo ad f il polinomio p , per $x \in [0, 2]$.
- 2) Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ con $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^3$ e

$$A = \begin{bmatrix} 2\alpha & -1 & 0 \\ -1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 2\alpha \end{bmatrix}.$$

Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$:

- 2.1) A è definita positiva;
 - 2.2) A è diagonalmente dominante;
 - 2.3) il metodo di Jacobi è convergente;
 - 2.4) il metodo di Gauss-Seidel è convergente.
- 3) Determinare il grado di precisione della formula di quadratura

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{2}{3}f\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3}f\left(\frac{3}{4}\right)$$

e applicare tale formula per approssimare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{1}{2x+1}dx$$