Cognome: ______________________ Nome: ______________________ Matricola: ___________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 29 gennaio 2015

1) Si consideri la funzione $f(x) = \text{atan(x)}$ per $x \in [-5, 5]$ e sia α il suo zero.

1. Si calcolino le prime due iterazioni del metodo di Newton applicato alla ricerca di α con valore di innesco $x_0 = 3$. Si commentino i risultati, tracciando a mano sul foglio una rappresentazione grafica della funzione $f(x)$ e riportando nel grafico i due valori calcolati dalle iterazioni con la relativa costruzione geometrica di Newton.
2. Si usi quindi il metodo di bisezione con $a = -6, b = 6$, `epsilon=1e-1`; sia x_b la approssimazione dello zero così calcolata. Si ponga ora $x_0 = x_b$ si usi di nuovo il metodo di Newton per approssimare lo zero. Si usino `toll=1e-3, nmax=100` e test di arresto basato sulla differenza tra due iterate successive. Il metodo converge? In caso positivo, si calcoli l'errore assoluto commesso.

<u>RISULTATI</u>

prime due iterazioni metodo di Newton con $x_0 = 3$:

commento e grafico:

x_b=

errore assoluto metodo di Newton =

2) Sia $f(x) = \cos(x)$ nell'intervallo $x \in [0, \pi]$.

1. si calcoli, usando la funzione Matlab `polyfit`, l'interpolante polinomiale globale di Lagrange $\Pi_M(x)$ considerando successivamente grado di interpolazione $M = 3, 5, 10$. Si calcoli per ciascun valore di M l'errore $\max_z |f(z) - \Pi_M(z)|$, con il vettore di ascisse z dato dal comando `z=linspace(0,pi,1000);`
2. Sia ora $M = 5$. Si costruiscano la matrice di Vandermonde X (senza usare il comando `vander`!) e il termine noto b relativi al calcolo dell'interpolante polinomiale globale di f. Si risolva quindi con il comando Matlab \ il sistema lineare $Xp_V = b$, dove p_V è il vettore dei coefficienti del polinomio di interpolazione. Sia p_L il vettore dei corrispondenti coefficienti del polinomio interpolatore $\Pi_M(x)$ trovato al punto precedente per $M = 5$; si calcoli la quantità $||p_V - p_L||_\infty$

<u>RISULTATI</u>

$\max_z |f(z) - \Pi_M(z)| =$

matrice X

termine noto $b =$

soluzione $p_V =$

$||p_V - p_L||_\infty =$

3) Si consideri la matrice A di ordine $n = 4, 8, 12, 16$:

$$A = \begin{pmatrix} n^2 & 1 & 2 & 3 & 4 & ... & n-1 \\ 1 & n^2 & 1 & 2 & 3 & ... & n-2 \\ 2 & 1 & n^2 & 1 & 2 & ... & n-3 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ n-2 & ... & 3 & 2 & 1 & n^2 & 1 \\ n-1 & ... & 4 & 3 & 2 & 1 & n^2 \end{pmatrix}.$$

Si vuole approssimare la matrice A^{-1} utilizzando il metodo iterativo:

$C_0 = \frac{1}{n^2 \det(A)} I$, $R_0 = I - AC_0$

$\forall m \geq 0:$

$$C_{m+1} = C_m(I + R_m)$$
$$R_{m+1} = I - AC_{m+1}$$

Sia $\overline{m}$ il minimo intero per cui $r_{\overline{m}} = \|R_{\overline{m}}\|_2 < 10^{-4}$ ($A^{-1} \approx C_{\overline{m}}$).

Risultati:

$n = 4:$ $\overline{m} =$ $r_{\overline{m}} =$

$n = 8:$ $\overline{m} =$ $r_{\overline{m}} =$

$n = 12:$ $\overline{m} =$ $r_{\overline{m}} =$

$n = 16:$ $\overline{m} =$ $r_{\overline{m}} =$