

CALCOLO NUMERICO 1 (Prova scritta - 19 Giugno 2014)
GIUSTIFICARE LE RISPOSTE

- 1) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = e^x - x - 2$,
- 1.1) quanti zeri possiede nell'intervallo $[1, 2]$?
- 1.2) Discutere l'applicazione del metodo di Newton per la ricerca di uno zero di f nel medesimo intervallo $[1, 2]$.

- 2) Si consideri la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \simeq \omega_1 f(-1) + \omega_2 f(-\alpha) + \omega_3 f(\alpha) + \omega_4 f(1),$$

dove $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ sono i pesi e $0 < \alpha < 1$.

- 2.1) Trovare i pesi in funzione di α in modo tale che la formula abbia grado di precisione almeno tre.
- 2.2) Esistono valori di α per cui la formula ha ordine di precisione $r > 3$? Se sÌ, calcolare α , i pesi corrispondenti e l'ordine di precisione massimo.

- 3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}$, e sia A la matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha + 4 & \alpha \\ \alpha & \alpha + 4 \end{pmatrix}.$$

Per i valori di α per cui A è invertibile calcolare i valori dei numeri di condizionamento $K_1(A)$ e $K_2(A)$.

- 4) Data la funzione $f(x) = \sin x + 2 \cos x$, si determini il polinomio $P \in \mathbb{P}_2$ interpolatore di Lagrange nei nodi $\{0, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$. Dare una maggiorazione dell'errore di interpolazione $E(x) = |f(x) - P(x)|$, con $x \in [0, 2\pi]$. Calcolare l'errore $E(\pi/2)$.
- 5) Sia $f \in C^0[a, b]$, con $a < b$, si approssimi l'integrale $I = \int_a^b f(x)dx$ mediante la formula del punto medio composita su una suddivisione di $[a, b]$ in N intervalli uguali: sia \hat{I} l'approssimazione così ottenuta. Dimostrare una maggiorazione per l'errore commesso $E = |I - \hat{I}|$.