

CALCOLO NUMERICO (11 giugno 2007)

Seconda prova in itinere

1) Data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = (\sin x)^2 ,$$

- 1.a) interpolarla con un polinomio  $p(x)$  di grado 2 nei punti di ascissa  $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ , usando il metodo di Lagrange;
- 1.b) calcolare l'errore nel punto  $x = \pi/3$ ;
- 1.c) fornire una maggiorazione dell'errore di interpolazione sull'intervallo  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ .

2) Data la formula di quadratura

$$\tilde{I} = af(0) + bf\left(\frac{1}{2}\right) + cf(1) + df'(0)$$

per il calcolo approssimato di

$$I = \int_0^1 f(x)dx,$$

con  $f \in C^1([0,1])$ , determinare i coefficienti  $a, b, c, d$ , in modo che  $\tilde{I}$  abbia grado di precisione massimo. Di che formula si tratta?

Utilizzare la formula di quadratura ottenuta per approssimare l'integrale definito

$$I(f) = \int_0^1 \sin \pi x \, dx$$

Infine si valuti il numero minimo di intervalli necessario per calcolare  $I(f)$  con un errore assoluto  $\leq 10^{-3}$ , utilizzando la formula dei trapezi composta.

3) (*Solo per gli studenti del corso avanzato*)

Descrivere il metodo per la costruzione delle formule di quadratura di tipo Gauss-Legendre.