Cognome: ____________________ Nome: ____________________ Matricola: __________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 15 giugno 2016

1) Data la funzione

$$f(x) = \int_0^x \sin t \; \mathrm{d}t.$$

si vuole approssimare $f(x_k)$, dove $x_k = \frac{\pi}{6}k$, $k = 1, 2, ..., 6$, con il metodo di Cavalieri-Simpson composito, utilizzando rispettivamente $M_k = mk$ sottointervalli di uguale ampiezza sull'intervallo di integrazione $[0, \frac{\pi}{6}k]$, al variare di $m = 2, 4, 8$. Sia $C_{k,m}$ il valore approssimato ottenuto. Calcolare l'errore assoluto:

$$E_m = \max_{1 \le k \le 6} |f(x_k) - C_{k,m}|,$$

dove $f(x_k)$ è il valore esatto dell'integrale definito.

	$m = 2$	$m = 4$	$m = 8$
E_m			

2) Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, di dimensione $n = 50$, con:

$$A = I - \mathbf{v}\mathbf{v}^T, \; \mathbf{v}^T = [\sqrt{\gamma_k}, 0, 0, \ldots, 0, \sqrt{\gamma_k}], \; \gamma_0 = 0.1, \; \gamma_1 = 0.11, \; \gamma_2 = 0.12, \ldots, \gamma_{20} = 0.3$$

Al variare di γ_k calcolare il raggio spettrale della matrice di iterazione del metodo di Jacobi $[\rho_J(\gamma_k)]$ e il raggio spettrale della matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel $[\ \rho_G(\gamma_k)]$. Riportare i valori

$$m_1 = \min_{0 \le k \le 20} \rho_J(\gamma_k), \qquad m_2 = \max_{0 \le k \le 20} \rho_J(\gamma_k), \qquad m_3 = \frac{1}{21}\sum_{k=0}^{20} \rho_J(\gamma_k)$$

$$m_4 = \min_{0 \le k \le 20} \rho_G(\gamma_k), \qquad m_5 = \max_{0 \le k \le 20} \rho_G(\gamma_k), \qquad m_6 = \frac{1}{21}\sum_{k=0}^{20} \rho_G(\gamma_k)$$

RISULTATI

$m_1 =$ $\qquad$ $m_2 =$ $\qquad$ $m_3 =$

$m_4 =$ $\qquad$ $m_5 =$ $\qquad$ $m_6 =$

3) Approssimare l'unica radice dell'equazione $F(x) \equiv x^2 - 2xe^{-x} + e^{-2x} = 0$ con il metodo di Newton applicato alla funzione F [senza eseguire semplificazioni nell'espressione di $F(x)/F'(x)$]. Successivamente, dopo aver espresso $F(x)$ come $F(x) = [f(x)]^2$, approssimare l'unica radice dell'equazione $f(x) = 0$ con il metodo di Newton applicato alla funzione f. Per entrambi i casi si utilizzi $x_0 = 1$, test d'arresto $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-8}$. Si riporti per ciascun metodo il numero di iterazioni `it`, la soluzione approssimata $x_{\mathtt{it}}$ e la stima dell'errore $|x_{\mathtt{it}} - x_{\mathtt{it-1}}|$. Dedurre l'ordine dei metodi, giustificando le risposte.

	`it`	$x_{\mathtt{it}}$	$\lvert x_{\mathtt{it}} - x_{\mathtt{it-1}}\rvert$	ordine
metodo di Newton per $F(x) = 0$				
metodo di Newton per $f(x) = 0$				

Giustificazione teorica dell'ordine dei metodi