Cognome: __________ Nome: __________ Matricola: ________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 21 giugno 2019

1) Sia

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & \alpha \end{bmatrix}$$

dove $\alpha \in I = [0, 5]$ è un parametro reale. Si vuole determinare per quali valori di α la matrice A è definita positiva. A tale scopo:

1.1 si calcolino gli autovalori di A, a mano oppure con il toolbox simbolico di Matlab. Siano essi $\lambda_\pm = \lambda_\pm(\alpha)$, rispettivamente.

1.2 si tracci una visualizzazione grafica dei due autovalori al variare di α in I

1.3 si calcoli quindi il sottoinsieme di valori di α che garantiscono la definita positività di A. Per fare ciò, ci si basi sul grafico ottenuto al punto precedente e si utilizzi il metodo di Newton per trovare gli eventuali zeri di λ_+ e λ_- (con `x0=1, toll=1e-5, nmax=300`).

RISULTATI

$\lambda_+(\alpha)=$

$\lambda_-(\alpha)=$

grafico qualitativo degli autovalori

range di α per definita positività della matrice:

1) Sia `A=hilb(n)`, con $n = 4$.

2.1 Si calcoli tramite il comando Matlab `H = chol(A,'lower')` il fattore H tale che $A = HH'$. Utilizzando opportunamente tale fattorizzazione, si calcoli la inversa X di A, tale che $AX = I$. A tale scopo, si implementi una procedura che consiste nella risoluzione opportuna degli n sistemi lineari $(HH')x_i = e_i, i = 1, ..., n$, dove x_i è la i-esima colonna della matrice X ed e_i è li-esimo vettore della base canonica.

2.2 si ripeta ora la approssimazione della inversa di A utilizzando la fattorizzazione LU standard. Si utilizzi una procedura analoga alla precedente

2.3 per ciascuno dei due metodi si riporti il valore del minimo coefficiente del prodotto AX

RISULTATI

fattorizzazione HH': $\min_{i,j=1,...,4}(AX)_{ij} =$

fattorizzazione LU: $\min_{i,j=1,...,4}(AX)_{ij} =$

3) Si consideri l'integrale generalizzato

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \, \mathrm{d}x = \sqrt{\pi}.$$

Sia $I_C(u)$ l'approssimazione di I ottenuta applicando il metodo di Cavalieri Simpson composito all'integrale definito

$$I_u = \int_{-u}^{+u} e^{-x^2} \, \mathrm{d}x,$$

con $m = 20u$ sottointervalli di uguale ampiezza, per $u = 2,\ 3,\ 4, \ldots$.
Trovare sperimentalmente il minimo valore U per il parametro u per il quale si verifica:

$$E_U = \Big| I_C(U) - I \Big| < 10^{-8}.$$

RISULTATI

$U =$ $\qquad$ $I_C(U) =$ $\qquad$ $E_U =$