

CALCOLO NUMERICO 1 (10 luglio 2014)

- 1) Trovare il numero di condizionamento $K_f(x)$ della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - 4\sqrt{x}}$$

e stabilire per quali x il calcolo della funzione è ben condizionato, nel senso che $K_f(x) < 10$.

- 2) Si consideri la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \simeq \alpha f(-\alpha) + \beta f(0) + \alpha f(\alpha), \quad \alpha \in (0, 1]$$

- 2.1) Trovare α e β in modo tale che la formula abbia grado di precisione massimo.
- 2.2) Quale è il grado di precisione della formula ottenuta?
- 3) Stimare il numero minimo di sottointervalli di uguale ampiezza in cui si deve suddividere l'intervallo $[0, 2\pi]$, affinché l'errore che si commette interpolando con una spline lineare la funzione $f(x) = x^2 + \cos x + \sin x$ sia minore di 10^{-3} .

- 4) Dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{pmatrix} \alpha^2 & \alpha & 2 \\ \alpha & \alpha^2 & \alpha \\ 2 & \alpha & \alpha^2 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} :$$

- 4.1) determinare per quali valori di α e solo per quelli la matrice è diagonalmente dominante;
- 4.2) costruire la matrice di iterazione B_J del metodo di Jacobi;
- 4.3) calcolare $\|B_J\|_\infty$ e tracciare un grafico al variare di α ;
- 4.4) trovare i valori di α per i quali $\|B_J\|_\infty < 1$.
- 5) Discutere la convergenza del metodo di Newton per la ricerca di radici con molteplicità $p > 1$.