Cognome: ______________ Nome: ______________ Matricola: __________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 9 luglio 2014

1) Dato il polinomio $p_n(x) = (x-1)(x-2)(x-3)...(x-n)$, riscriverlo nella forma

$$p_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0,$$

calcolando i coefficienti $a_k,\ k = 0, 1, ..., n$ mediante opportune istruzioni MATLAB.
Successivamente si consideri il polinomio

$$p_{n,\varepsilon}(x) = a_{n,\varepsilon}x^n + a_{n-1,\varepsilon}x^{n-1} + a_{n-2,\varepsilon}x^{n-2} + ... + a_{2,\varepsilon}x^2 + a_{1,\varepsilon}x + a_{0,\varepsilon},$$

ottenuto perturbando i coefficienti di p_n come segue:

$$a_{k,\varepsilon} = a_k + (k+1) * \varepsilon, \quad k = 0, 1, ..., n.$$

Siano r_j e $r_{j,\varepsilon}$, $j = 1, ..., n$, le radici rispettivamente di p_n e $p_{n,\varepsilon}$.
Calcolare gli errori:

$$e_m = \left| \min_{j=1,\ldots,n} |r_j| - \min_{j=1,\ldots,n} |r_{j,\varepsilon}| \right|, \quad e_M = \left| \max_{j=1,\ldots,n} |r_j| - \max_{j=1,\ldots,n} |r_{j,\varepsilon}| \right|,$$

dove il simbolo $|\cdot|$ denota sia il valore assoluto di un numero reale, sia il modulo di un numero complesso.
Utilizzare: $n = 5, 10$; $\varepsilon = 10^{-3}, 10^{-2}$.

RISULTATI

$n = 5, \quad \varepsilon = 10^{-3}: \quad e_m =$ $\qquad\qquad e_M =$

$n = 5, \quad \varepsilon = 10^{-2}: \quad e_m =$ $\qquad\qquad e_M =$

$n = 10, \ \varepsilon = 10^{-3}: \quad e_m =$ $\qquad\qquad e_M =$

$n = 10, \ \varepsilon = 10^{-2}: \quad e_m =$ $\qquad\qquad e_M =$

2) Data la funzione $f(x) = e^{-x^2}$, sia $s_{[n]}$ la spline lineare che interpola f in $n+1$ nodi equispaziati dell'intervallo $I = [-1, 2]$, con $n = 2^k$, $k = 1, 2, 3, ...$
Calcolare il valore di $s_{[n]}$ in 301 nodi equispaziati t_j di I, $j = 1, ..., 301$, ($t_0 = -1, ..., t_{300} = 2$).
Si implementi una procedura che, a partire da $n = 2$, raddoppi ogni volta il numero n dei sottointervalli e si arresti in corrispondenza del più piccolo valore $\overline{n}$ per cui sono soddisfatte le condizioni

$$E_1 \equiv \sqrt{\sum_{j=0}^{300} [f(t_j) - s_{[\overline{n}]}(t_j)]^2} < 10^{-2}, \quad E_2 \equiv \max_{j=1,\ldots,301} |f(t_j) - s_{[\overline{n}]}(t_j)| < 10^{-2}.$$

RISULTATI

$\overline{n} =$ $\qquad\qquad E_1 =$ $\qquad\qquad E_2 =$

3) Si consideri la matrice quadrata di dimensione n, con $n = 20, 40, 80$, avente elementi uguali a n^2 sulla diagonale principale, elementi uguali a $(-1)^j j$ sulle diagonali di posizioni $\pm j$, $j = 1, ..., n-1$:

$$A = \begin{pmatrix} ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ ... & n^2 & -1 & +2 & -3 & +4 & -5 & +6 & -7 & ... \\ ... & -1 & n^2 & -1 & +2 & -3 & +4 & -5 & +6 & ... \\ ... & +2 & -1 & n^2 & -1 & +2 & -3 & +4 & -5 & ... \\ ... & -3 & +2 & -1 & n^2 & -1 & +2 & -3 & +4 & ... \\ ... & +4 & -3 & +2 & -1 & n^2 & -1 & +2 & -3 & ... \\ ... & -5 & +4 & -3 & +2 & -1 & n^2 & -1 & +2 & ... \\ ... & +6 & -5 & +4 & -3 & +2 & -1 & n^2 & -1 & ... \\ ... & -7 & +6 & -5 & +4 & -3 & +2 & -1 & n^2 & ... \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \end{pmatrix}.$$

Calcolare il raggio spettrale delle matrice di iterazione del metodo di Jacobi (r_J) e il raggio spettrale delle matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel (r_{GS}).

<u>RISULTATI</u>

	$n = 20$	$n = 40$	$n = 80$
r_J			
r_{GS}			