Cognome: ______________________ Nome: ______________________ Matricola: ____________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 10 luglio 2015

1) Sia $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6$, $x \in \mathbb{R}$.

1.1) Sia α la radice della funzione f nell'intervallo $[0, 1]$. Assumere come α il valore ottenuto con una opportuna funzione Matlab per il calcolo di zeri. Verificare se è possibile applicare il metodo di bisezione per il calcolo della radice α nell'intervallo dato. In caso positivo, applicare il metodo di bisezione con una tolleranza 10^{-3}. Calcolare l'errore assoluto commesso.

1.2) Applicare il metodo di Newton con valore di innesco dato dalla radice approssimata calcolata al punto precedente. Applicare una tolleranza pari a 10^{-5}. Si riporti la soluzione trovata e il numero di iterazioni necessarie.

<u>RISULTATI</u>

applicabilità del metodo di bisezione

errore $|x_n - \alpha| =$

radice approssimato e numero iterazioni del metodo di Newton:

2) Siano $f(x) = \dfrac{1}{1 + (x - \pi)^2}$ e $g(x) = \sqrt{x}$, definite nell'intervallo $[0, 5]$.

2.1) Calcolare in modo esatto gli integrali $I_1 = \displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx$ e $I_2 = \displaystyle\int_0^5 g(x)\,dx$, analiticamente oppure utilizzando il tool di calcolo simbolico di Matlab.

2.2) Approssimare gli integrali I_1 e I_2 con il metodo dei trapezi composito utilizzando n sottointervalli equispaziati, con $n = 40, 80, 160, 320, 640, 1280$.

2.3) Riportare in funzione del numero di intervalli l'errore ottenuto nell'approssimazione dei due integrali e commentare i risultati ottenuti, eventualmente aiutandosi con un grafico in scala logaritmica.

<u>RISULTATI</u>

valore esatto $I_1 =$ $I_2 =$

n	40	80	160	320	640	1280
errore I_1						
errore I_2						

commento:

3) Si consideri il sistema lineare $Ax = b$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3.1) Si risolva il sistema lineare utilizzando la fattorizzazione $PA = LU$. Si scriva la matrice di permutazione P utilizzata da Matlab e si specifichi quali operazioni essa svolge. Si indichino chiaramente nel codice tutti i passaggi svolti.

3.2) Siano ora $Q = P$ e $B = AQ$. Si consideri il seguente sistema, equivalente al primo

$$\begin{cases} Bx^* = b, \\ x = Qx^* \end{cases}$$

Quale è l'effetto della applicazione di Q alla matrice A? Si calcoli con Matlab la fattorizzazione $\widetilde{P}B = LU$ e si commenti la forma della matrice di permutazione $\widetilde{P}$ ora ottenuta. Quale effetto si è ottenuto? Si calcoli nuovamente la soluzione x utilizzando la nuova fattorizzazione. Si indichino chiaramente nel codice tutti i passaggi svolti

<u>RISULTATI</u>

soluzione $x =$ matrice P

effetto di Q applicata a A

matrice $\widetilde{P}$

effetto