Cognome: ________________ Nome: ________________ Matricola: __________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 8 luglio 2016

1) Si vuole approssimare l'integrale improprio

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x^2}{x^2}\,\mathrm{d}x,$$

con il metodo dei trapezi compositi applicato all'integrale

$$I_\varepsilon = \int_\varepsilon^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x^2}{x^2}\,\mathrm{d}x,$$

con $\varepsilon = 10^{-2},\ 10^{-3},\ 10^{-4}$, utilizzando $m = 100$ sottointervalli. Sia $I_T(\varepsilon)$ il valore approssimato trovato. Successivamente si approssimi I con il metodo del punto medio composito con $m = 1000$ sottointervalli. Sia I_P il valore approssimato. Calcolare le quantità $D_\varepsilon = |I_P - I_T(\varepsilon)|$, al variare di ε.

RISULTATI

$I_P =$

ε	$I_T(\varepsilon)$	D_ε
10^{-2}		
10^{-3}		
10^{-4}		

2) Data la matrice A di dimensione $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} 3+\frac{1}{n} & -\frac{2}{n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{n} & 2+\frac{1}{n} & -\frac{4}{n} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{2}{n} & 2+\frac{1}{n} & -\frac{6}{n} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{n-2}{n} & 2+\frac{1}{n} & -\frac{2(n-1)}{n} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{n-1}{n} & 3-\frac{1}{n} \end{pmatrix},$$

calcolare le quantità $||A||_1,\ ||A||_2,\ ||A||_\infty$, per $n = 20, 40, 60$. Successivamente, dato il vettore $\mathbf{x}$ di dimensione n di componenti $x_i = \sin(\frac{\pi i}{n})$, $i = 1, ..., n$ e i corrispondenti vettori normalizzati

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{x}}{||\mathbf{x}||_1},\quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{x}}{||\mathbf{x}||_2},\quad \mathbf{w} = \frac{\mathbf{x}}{||\mathbf{x}||_\infty},$$

calcolare le quantità $||A\mathbf{u}||_1,\ ||A\mathbf{v}||_2,\ ||A\mathbf{w}||_\infty$. Commentare i risultati ottenuti

RISULTATI

$n = 20$

$\|\|A\|\|_1 =$ $\|\|A\mathbf{u}\|\|_1 =$	$\|\|A\|\|_2 =$ $\|\|A\mathbf{v}\|\|_2 =$	$\|\|A\|\|_\infty =$ $\|\|A\mathbf{w}\|\|_\infty =$

$n = 40$

$\|\|A\|\|_1 =$ $\|\|A\mathbf{u}\|\|_1 =$	$\|\|A\|\|_2 =$ $\|\|A\mathbf{v}\|\|_2 =$	$\|\|A\|\|_\infty =$ $\|\|A\mathbf{w}\|\|_\infty =$

$n = 60$

$\|\|A\|\|_1 =$ $\|\|A\mathbf{u}\|\|_1 =$	$\|\|A\|\|_2 =$ $\|\|A\mathbf{v}\|\|_2 =$	$\|\|A\|\|_\infty =$ $\|\|A\mathbf{w}\|\|_\infty =$

COMMENTO

3) Approssimare le radici $\alpha < 0$ e $\beta > 0$ del polinomio $p(x) \equiv x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{11}{3}x + \frac{7}{3}$ con il metodo di punto fisso:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{p(x_k)}{p'(x_k)}\left(1 - \frac{p(x_k)p''(x_k)}{2(p'(x_k))^2}\right)^{-1},$$

(metodo di *Halley*). Modificando opportunamente la `function newton.m`, si scriva una `function MATLAB` che implementi il metodo dato. La function deve ricevere in ingresso i vettori `p`, `p1` e `p2`, contenenti rispettivamente i coefficienti dei polinomi $p(x)$, $p'(x)$ e $p''(x)$. Per il calcolo dei coefficienti di $p'(x)$ e $p''(x)$ si utilizzi un'opportuna function MATLAB, senza calcolare manualmente le derivate prima e seconda del polinomio $p(x)$. Utilizzare prima $x_0 = -2.5$, e poi $x_0 = 1.5$; in entrambi i casi il test d'arresto è $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-7}$.

Si riporti per l'approssimazione di ciascuna radice il numero di iterazioni `it`, la soluzione approssimata $x_{\texttt{it}}$ e la stima dell'errore $|x_{\texttt{it}} - x_{\texttt{it}-1}|$.

	`it`	$x_{\texttt{it}}$	$\|x_{\texttt{it}} - x_{\texttt{it}-1}\|$
$x_0 = -2.5$			
$x_0 = 1.5$			