

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 6 luglio 2018

1) È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con matrice A di dimensione 100×100 di elementi

$$a_{ij} = \begin{cases} (-1)^i & \text{se } i = j \\ \frac{1}{1-i-j} & \text{se } |i - j| = 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si calcoli il vettore termine noto \mathbf{b} in modo tale che la soluzione esatta sia il vettore \mathbf{x} avente tutti gli elementi uguali a 1.

Si approssimi la soluzione \mathbf{x} con il metodo di Jacobi utilizzando il vettore $\mathbf{x}^{(0)}$ avente tutti gli elementi uguali a 0, e test d'arresto $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}\|_2 < 10^{-5}$. Sia K il numero di iterazioni eseguite.

Si vuole confrontare l'errore calcolato all'iterata K -esima, $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(K)}\|_2$, ottenuto utilizzando il vettore \mathbf{x} della soluzione esatta, con la maggiorazione, nota dalla teoria,

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(K)}\|_2 \leq \underbrace{\frac{(\|B\|_2)^K}{1 - \|B\|_2}}_{M_K} \|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|_2,$$

dove B è la matrice di iterazione del metodo di Jacobi.

RISULTATI: $K =$ _____ $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(K)}\|_2 =$ _____ $M_K =$ _____

2) Dato il polinomio $p_3(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ avente tre radici reali e distinte $r_1 < r_2 < r_3$, per la loro approssimazione si consideri la seguente procedura:

2.1) Approssimare la radice maggiore r_3 con il metodo di Newton applicato al polinomio p_3 utilizzando $x_0 = 6$ e test d'arresto $|x_n - r_3| \approx |x_{n+1} - x_n| < 10^{-4}$. Sia N il numero di iterazioni eseguite e sia $\alpha_3 \equiv x_N$ l'approssimazione ottenuta per r_3 .

2.1) Mediante il comando MATLAB `deconv` costruire il polinomio $p_2(x)$ tale che $p_3(x) = (x - \alpha_3)p_2(x)$ e trovare quindi le rimanenti radici approssimate α_1 e α_2 applicando il comando `roots` di MATLAB al polinomio $p_2(x)$.

RISULTATI: $N =$ _____ $\alpha_3 =$ _____ $\alpha_1 =$ _____ $\alpha_2 =$ _____

Fornire i valori delle radici approssimate α_i utilizzando 10 cifre significative.

3) Dato l'integrale definito

$$I = \int_0^\pi e^x \cos x \, dx,$$

siano $I_T(m)$ e $I_C(m)$ le approssimazioni ottenute applicando rispettivamente il metodo dei trapezi e di Cavalieri-Simpson composti con m sottointervalli di uguale ampiezza, con $m = 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$. Trovare il minimo valore M per il parametro m per il quale si verifica

$$E_M = |I_T(M) - I_C(M)| < 10^{-4}$$

RISULTATI: $M =$ _____ $I_T(M) =$ _____ $I_C(M) =$ _____ $E_M =$ _____