Cognome: ______________________ Nome: ______________________ Matricola: ______________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 8 maggio 2014

1) Sia $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$, la matrice ottenuta estraendo la parte *triangolare inferiore*, inclusa la diagonale, dalla matrice di Hilbert H_n di ordine n.

   1.1) Si calcoli (senza usare il comando Matlab `det`) il determinante d_n della matrice A_n, sfruttando la particolare struttura della matrice stessa e ricordando che

   $$(H_n)_{i,j} = \frac{1}{(i+j-1)}, \; i,j = 1,\ldots,n.$$

   Si riporti il valore del determinante d_n.

   1.2) Si calcoli (senza usare il comando Matlab `inv`) l'inversa della matrice A_n.
   A tale scopo, essendo $A_n A_n^{-1} = I_n$, si implementi una procedura che consiste nella risoluzione di n sistemi lineari del tipo $A_n \mathbf{u}_i = \mathbf{e}_i$, $i = 1, ..., n$, dove $\mathbf{u}_i$ è la i-esima colonna della matrice A_n^{-1} ed $\mathbf{e}_i$ è l'i-esimo vettore della base canonica.
   Si riportino gli elementi di A_n^{-1}.

   Utilizzare $n = 5$.

   RISULTATI

   $d_n =$ $\qquad\qquad$ $A_n^{-1} = \left(\qquad \right)$

2) È data la funzione

   $$f(x) = (x-1)^3 \log(0.2(x-1)^2 + 0.1),$$

   avente due radici semplici $\alpha < 1$ e $\gamma > 1$ e la radice $\beta = 1$ avente molteplicità algebrica uguale a 3.

   Dopo aver osservato che f si può scrivere nella forma $f(x) = h(x)k(x)$, dove $h(x)$ ha radice β e $k(x)$ ha radici α e γ, per approssimare le tre radici si consideri il seguente metodo:

   2.1) Approssimare α e γ con il metodo di Newton, utilizzando rispettivamente $x_0 = -1.5$ e $x_0 = 3$, e test d'arresto $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$. Riportare i valori approssimati $\overline{\alpha}$ e $\overline{\gamma}$.

   2.2) Approssimare β con il metodo di bisezione utilizzando come intervallo iniziale

   $$(\overline{\alpha} + 0.1, \; \overline{\gamma} - 0.1),$$

   e test d'arresto $|x_n - \beta| < 10^{-6}$. Riportare il valore approssimato $\overline{\beta}$.

   RISULTATI

   $\overline{\alpha} =$ $\qquad\qquad$ $\overline{\beta} =$ $\qquad\qquad$ $\overline{\gamma} =$

3) Si vuole approssimare l'integrale

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin(x)\, dx$$

mediante il metodo di Cavalieri-Simpson composito con M sottointervalli.

3.1) Si calcolino i valore approssimati S_1 corrispondente a $M = 1$ e S_2 corrispondente a $M = 2$ e si confronti la quantità

$$s_{12} = \frac{|S_1 - S_2|}{15}$$

con l'errore $e_2 = |I - S_2|$. A tale scopo si calcoli

$$d(s_{12}, e_2) = \frac{|s_{12} - e_2|}{e_2}.$$

3.2) Utilizzando la stima classica dell'errore, si stimi quanti intervalli M sono necessari affinché $|S_M - I| < 10^{-6}$.

3.3) Si calcoli S_M utilizzando il valore M trovato al punto 3.2) e si valuti l'errore effettivo commesso: $e_M = |S_M - I|$.

<u>RISULTATI</u>

$s_{12} =$ $\qquad$ $e_2 =$ $\qquad$ $d(s_{12}, e_2) =$

$M =$ $\qquad$ e_M