CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 3 maggio 2018

1) Date le matrici quadrate A di dimensione $n = 10$:

$$A = \begin{pmatrix} n & 0 & ... & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & ... & 1 & 2 & -1 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 1 & 2 & -1 & ... & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & ...0 & 0 & -n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & ... & 0 & -n \\ -1 & 2 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & ... & 0 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & ... & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & -1 & 2 & 1 \\ n & 0 & ... & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

calcolare le quantità $K_\infty(A) \equiv \|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$, $K_\infty(B) \equiv \|B\|_\infty \|B^{-1}\|_\infty$ e $r = K_\infty(A)/K_\infty(B)$.

RISULTATI: $K_\infty(A) =$ $\qquad$ $K_\infty(B) =$ $\qquad$ $r =$

2) Si vuole approssimare il valore dell'integrale definito

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \frac{1}{2},$$

applicando la formula dei trapezi composita all'integrale definito

$$I_b = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

con M sottointervalli di ampiezza uguale a 1. Sia I_M il valore approssimato ottenuto. Implementare una procedura che calcoli I_M per $b = 2, 3, 4, ...$, e si arresti quando l' errore assoluto $|I - I_M|$ risulta minore o uguale a 10^{-8}.

RISULTATI: $b =$ $\qquad$ $|I - I_M| =$ $\qquad$ (utilizzare il formato `e`)

3) Dati il polinomio $p_4(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$ e il polinomio $p_3(x) = p_4'(x)$ si calcolino,mediante un'opportuna function MATLAB, le radici r_j di p_4, $(r_1 < r_2 < r_3 < r_4)$, e le radici s_k di p_3, $(s_1 < s_2 < s_3)$.

Successivamente si considerino i polinomi

$$p_{4,\varepsilon}(x) = p_4(x) + \varepsilon, \quad p_{3,\varepsilon}(x) = p_3(x) + \varepsilon$$

ottenuti perturbando i termini noti di p_4 e p_3.

Siano $r_{j,\varepsilon}$, $(r_{1,\varepsilon} < r_{2,\varepsilon} < r_{3,\varepsilon} < r_{4j,\varepsilon})$ le radici di $p_{4,\varepsilon}$ e $s_{k,\varepsilon}$, $(s_{1,\varepsilon} < s_{2,\varepsilon} < s_{3,\varepsilon})$ le radici di $p_{3,\varepsilon}$.

Calcolare gli errori:

$$E_r = \max_{1 \le j \le 4} |r_j - r_{j,\varepsilon}|, \quad E_s = \max_{1 \le j \le 3} |s_j - s_{j,\varepsilon}|.$$

Utilizzare $\varepsilon = 10^{-1}, 10^{-2}$.

<u>RISULTATI</u>

$\varepsilon = 10^{-1}$: $\quad E_r =$ $\qquad$ $E_s =$

$\varepsilon = 10^{-2}$: $\quad E_r =$ $\qquad$ $E_s =$