Cognome: ________________ Nome: ________________ Matricola: __________

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 2 maggio 2019

1) Sia dato il sistema lineare $Ax = b$ con $A = \text{diag}(\theta, 1-\theta, \theta)$ matrice di ordine n e b termine noto scelto in modo tale che la soluzione esatta sia il vettore x di componenti $x_i = (-1)^{(i+1)}$, $i = 1, \ldots, n$. Sia inoltre $\theta \in (0, 2)$ un parametro reale.

   1.1 Si determini teoricamente per quali valori di θ il metodo di Jacobi applicato alla risoluzione del sistema converge grazie alla applicazione della condizione sufficiente

   1.2 Si considerino i valori $\theta = (1/12, 1/6, 1/3, 2/3, 3/2)$ e, per quei valori che appartengono all'intervallo individuato al punto precedente, si stabilisca empiricamente il numero minimo di iterazioni del metodo di Jacobi affinché l'errore in norma infinito sia minore di 10^{-6}. Si consideri a tale scopo il valore di innesco `xv` = `zeros(n, 1)`, `toll=1e-10` e test di arresto basato sulla norma 2 del residuo. Sia inoltre $n = 100$

RISULTATI

range θ per condizione sufficiente:

θ	1/12	1/6	1/3	2/3	3/2
`it=`					

2) Sia data la funzione

$$f(x) = e^x + x, \quad x \in [a, b]$$

   2.1 dopo averne verificato le ipotesi di applicabilità per $a = -1, b = 0$, si usi il metodo di bisezione per approssimare lo zero della funzione $f(x)$ usando `toll=1e-4`. Considerando come valore esatto per lo zero quello ottenuto dal comando `fzero`, si calcoli l'errore commesso. Quante iterazioni sono necessarie?

   2.2 Si scriva un semplice codice che implementa il metodo di bisezione tramite la seguente legge modificata, per $k \geq 1$

$$x_k = \begin{cases} a_k + \frac{1}{3}(b_k - a_k), & \text{se } |f(a_k)| \leq |f(b_k)|, \\ a_k + \frac{2}{3}(b_k - a_k), & \text{se } |f(a_k)| > |f(b_k)| \end{cases}$$

   con $a_0 = a$, $b_0 = b$. Si osservi che essa calcola il nuovo estremo dell'intervallo alla frazione 1/3 e non 1/2 dell'intervallo attuale. Si basi il test di arresto sulla differenza in valore assoluto tra due iterate successive. Quanto vale ora l'errore commesso? Quante iterazioni sono necessarie?

RISULTATI

bisezione: err= numero iterazioni=

bisezione modificata: err= numero iterazioni=

3) Dato il polinomio

$$q(x) = (n+2)x^n + (n+1)x^{n-1} + nx^{n-2} + (n-1)x^{n-3} + ... + 4x^2 + 3x + 2,$$

con $n = 12$, si trovi il polinomio $p(x) = q'(x)$, mediante un'opportuna function MATLAB. Sapendo che

$$I = \int_0^1 p(x)\mathrm{d}x = q(1) - q(0),$$

si approssimi I con la formula di Cavalieri Simpson composita, utilizzando $m = 8, 16, 32$ sottointervalli (sia I_m il valore ottenuto), si calcoli l'errore $E_m = |I - I_m|$ e lo si confronti con la stima asintotica S_m.

Riportare nella tabella I_m, E_m e S_m, al variare di m.

$n = 12$	I_m	E_m	S_m
$m = 8$			
$m = 16$			
$m = 32$			