

CALCOLO NUMERICO (16 novembre 2006)

- 1) Sia data la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = 1 + (x - 1)^3 .$$

Calcolare le radici $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dell'equazione

$$g(x) = x .$$

Studiare infine la convergenza e l'ordine del metodo iterativo

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad x_n \in \mathbb{R} .$$

- 2) Sia data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt{x - 1} + 1$$

e siano assegnati i punti

$$x_k = k^2 + 1, \quad k = 0, 1, 2 .$$

- 2.1) Determinare il polinomio che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi x_0, x_1, x_2 .
- 2.2) Determinare la retta che meglio approssima nel senso dei minimi quadrati i punti $(x_k, f(x_k))$, $k = 0, 1, 2$.

- 3) Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\alpha \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0 .$$

- 3.1) Studiare in funzione del parametro α la convergenza dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel per il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$.
- 3.2) Per i valori di α per cui entrambi i metodi convergono, si dica quale converge più velocemente.