

CALCOLO NUMERICO (7 settembre 2006)

- 1) Sia data la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{x^2}$$

che ha un punto fisso in $\alpha = \sqrt[3]{3}$. La funzione ha altri punti fissi?

Si studi graficamente la convergenza del metodo iterativo

$$x_{k+1} = g(x_k) .$$

Si indichi anche l'ordine di convergenza del metodo.

- 2) Indicare per quali valori di $x_0, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ esiste uno ed unico polinomio di secondo grado $p_2(x)$ tale che

$$p_2(x_0) = y_0 , \quad p_2(x_2) = y_2 , \quad p_2'(x_1) = y_1 ,$$

per ogni insieme di dati y_0, y_1, y_2 .

- 3) Determinare il grado di precisione della formula di quadratura

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)] + \frac{(b-a)^2}{12}[f'(a) - f'(b)].$$

Utilizzare tale formula per approssimare il valore dell'integrale definito

$$\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

e confrontare l'errore commesso con l'errore che si commette approssimando il medesimo integrale con la formula dei trapezi composti utilizzando 2 sottointervalli.

- 4) (*Solo per gli studenti del corso avanzato*)

Descrivere il metodo iterativo SOR e dimostrare che $0 < \omega < 2$ è una condizione necessaria per la convergenza del metodo.