

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

CALCOLO NUMERICO 1 - PROVA MATLAB - 18 settembre 2015

1) Siano

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Si calcoli una approssimazione della inversa della matrice A utilizzando opportunamente la fattorizzazione LU
- Utilizzando il risultato al punto precedente, si calcoli il numero di condizionamento di A in norma 2
- Si consideri ora la soluzione del sistema $Ax = b$ e quella del sistema perturbato $A\tilde{x} = \tilde{b}$, dove il vettore \tilde{b} è ottenuto aggiungendo ad ogni elemento di b la quantità 10^{-2} . Si utilizzi il numero di condizionamento di A calcolato al punto precedente per dare una stima della quantità $\|\tilde{x} - x\|/\|x\|$ e si confronti la stima calcolata con il valore effettivo della quantità

RISULTATI

$A^{-1} =$

$K(A) =$

$\|\tilde{x} - x\|/\|x\| =$ stima:

2) Si vuole implementare a calcolatore un codice che restituisce un valore approssimato della funzione $\sin(x)$, dove l'argomento x in input è un qualsiasi valore reale.

- Tenendo conto della periodicità della funzione seno, si scriva una function che preso in ingresso l'input x , calcoli il suo mappato \hat{x} nell'intervallo $[0, 2\pi)$, per cui $\sin(\hat{x}) = \sin(x)$ e $\hat{x} \in [0, 2\pi)$
- Si calcoli il polinomio di grado 3 che approssima la funzione seno in tale intervallo usando nodi equispaziati
- Si calcoli il valore assoluto dell'errore commesso usando la approssimazione sopra costruita per approssimare il valore $\sin(x)$ in $x = 10$. Si ripeta il calcolo per $x = -10$

RISULTATI

coefficienti polinomio interpolante di grado 3:

errore in $x = 10$:

errore in $x = -10$:

- 3) Dato l'integrale definito $I = \int_2^4 \cos^2(t) dt$, si approssimi I con il metodo dei trapezi composti utilizzando M sottointervalli di uguale ampiezza, con $M = 1, 2, 3, \dots, 400$. Sia z_M il valore trovato. Per ogni M si calcoli l'errore assoluto commesso $e_M = |I - z_M|$ e la corrispondente stima asintotica s_M . Riportare in particolare i valori $e_{200}, s_{200}, e_{400}, s_{400}$. Successivamente si calcolino i coefficienti a_1 e a_0 del polinomio di primo grado $e(t) = a_1 t + a_0$, che approssima i dati $\{(\log_{10} M, \log_{10} e_M)\}_{M=1}^{400}$ nel senso dei minimi quadrati discreti. Commentare i risultati ottenuti.

RISULTATI

$e_{200} =$

$s_{200} =$

$e_{400} =$

$s_{400} =$

(format long): $a_1 =$

$a_0 =$

Commento: