Laurea triennale in Fisica, a.a. 2019/20

Programma d'esame di Analisi Matematica 2

Proff. Marta Calanchi, Francesca Messina, Cristina Tarsi, Clemente Zanco

1. Calcolo integrale (secondo Riemann)

   Antiderivazione: l' integrale indefinito e le principali tecniche per il calcolo delle funzioni primitive. Riemann-integrabilità per $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ e l' integrale definito. Significato geometrico dell' integrale. Condizioni di integrabilità (*). Proprietà dello spazio delle funzioni integrabili e dell' integrale. Teorema del valor medio (*). La funzione integrale e le sue proprietà. Il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale e le sue conseguenze (*). Calcolo degli integrali definiti. Integrali impropri, condizioni di convergenza, criterio del confronto (*). Funzioni integrali: studio qualitativo del grafico.

2. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili

   Limiti, continuità e problematiche connesse. Derivate direzionali. Vettore gradiente e matrice jacobiana. Differenziabilità. Iperpiano tangente. Condizioni necessarie (*) e/o sufficienti (*) per la differenziabilità. Composizione di funzioni differenziabili. Diffeomorfismi tra aperti di $\mathbb{R}^n$. Caratterizzazione delle funzioni costanti su un aperto connesso (*). Derivate seconde, matrice hessiana, teorema di Schwarz. Derivate direzionali di ordine k. Le funzioni di classe $\mathcal{C}^k$. Le formule di Taylor (*). Ottimizzazione libera. Stazionarietà (*), punti estremanti e di sella. Utilizzo della matrice hessiana per la classificazione dei punti estremanti.

3. Successioni di funzioni

   Convergenza puntuale, funzione limite, problematiche connesse. Convergenza uniforme e conseguenti risultati: teorema del doppio limite (*); continuità (*), integrabilità (*) e derivabilità della funzione limite. Completezza dello spazio delle funzioni continue. Teorema di Banach-Caccioppoli (*).

4. Serie di funzioni

   Convergenza puntuale, assoluta, uniforme, totale e relazioni reciproche (*). Criterio di Cauchy per la convergenza uniforme. Continuità della funzione somma. Integrazione e derivazione per serie: la serie derivata. Regolarità della funzione somma. Serie di potenze: struttura dell'insieme di convergenza (*). Cenni alla serie di Taylor.

5. Equazioni differenziali ordinarie

   Equazioni del primo ordine, forma normale, problema di Cauchy, teorema di Peano per l' esistenza locale della soluzione. Equazione integrale di Volterra. Equivalenza tra il problema di Cauchy e equazione integrale di Volterra (*). Teoremi di esistenza e unicità globale (*) e locale. Alcune tipologie di equazioni del I ordine: variabili separabili, lineari, Bernoulli, omogenee. Equazioni di ordine $k \geq 1$: equivalenza con sistemi del primo ordine (*). Equazioni lineari, omogenee e non: struttura dell' insieme delle soluzioni (*), matrice wronskiana (*). Il caso dei coefficienti costanti.

Degli argomenti contrassegnati con (*) può venire richiesta una dimostrazione.

Alcuni testi consigliati:

-) B. Gelbaum, J. Olmsted, Counterexamples in Analysis, Dover Holden-Day.
-) C. Maderna, Analisi Matematica 2 II ediz., Città Studi ed.
-) P.M. Soardi, Analisi Matematica, Città Studi ed.
-) W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, McGraw-Hill.
-) Appunti in rete presso la pagine Ariel del corso.