ANALISI MATEMATICA 2-I (C.d.L in Matematica)

Prof. Kevin R. Payne

Prova scritta del 17 luglio 2002

1. Data la successione di funzioni reali di variabile reale

$$f_n(x) = \frac{\arctan\left(|x|^n\right)}{n}$$

i) discutere la convergenza puntuale ed uniforme della succesione f_n.
ii) calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^{15} f_n(x)\,dx$$

iii) studiare la convergenza puntuale della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$.

2. Dato il problem di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) &= \dfrac{(y^2-1)\arctan(x)}{y} \\ y(0) &= y_0 > 0 \end{cases}$$

i) discutere **brevemente** l'esistenza ed unicità locale delle soluzioni; dicutere **brevemente** l'esistenza globale delle soluzioni.
ii) determinare le soluzioni massimali in forma esplicita, studiare le loro andamento e tracciare sommariamente il grafico delle soluzioni in dipendenza dal valore di $y_0 \in (0, +\infty)$.

N.B. È concessa **UN'ORA E TRENTA MINUTI** per la risoluzione degli esercizi.