ANALISI MATEMATICA 2-I (C. d. L. in Matematica)

Prof. Kevin R. Payne

Prova scritta del 24 aprile 2002

1. Si consideri l'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -xe^y + 2y - 1 = 0\}$

i) Trovare i punti $(x_0, y_0) \in D$ per cui **NON** è possibile esplicitare D localmente come il grafico di un'unica funzione $y = g(x)$ con g di classe C^∞;

ii) Trovare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 della funzione $y = g(x)$ definita implicitamente da D in un intorno di $(0, 1/2)$;

2. Dato il problem di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 9)/(t + 1) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

i) discutere **brevemente** l'esistenza ed unicità delle soluzioni;
ii) determinare le soluzioni massimali in forma esplicita, studiare le loro andamento e tracciare sommariamente il grafico delle soluzioni in dipendenza dal valore di $y_0 \in \mathbf{R}$.

N.B. È concessa **UN'ORA E TRENTA MINUTI** per la risoluzione degli esercizi.